

# 可積分なスピン系における無数の保存量の構造を解明

## 1. 発表者：

野澤 優治（東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 博士課程 2年）

深井 康平（東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 修士課程 2年）

## 2. 発表のポイント：

- ◆可積分なスピン系が有する、無数の保存量の具体的な構造を、理論的に解明した。
- ◆保存量の構成要素が満たす規則性を発見し、これにより統一的に保存量を構成できることを証明した。
- ◆保存量の構造に対する新たな視点を与えたことにより、その数理的構造のさらなる理解と、量子多体系（注1）の非平衡現象の数値シミュレーションへの応用が期待される。

## 3. 発表概要：

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程2年の野澤優治大学院生と修士課程2年の深井康平大学院生は、XYZモデル（図1）と呼ばれる無数の保存量が存在するスピン系を解析し、それらの保存量の具体的な構造を明らかにしました。

XYZモデルの単純な場合である、スピンにとって特別な方向がない（等方的な）場合に関しては、保存量の構造が先行研究によって明らかにされていましたが、異方性が存在するより一般的な場合に関しては、構造の複雑さのために等方的な場合における解決から25年以上の間未解決の問題として残されていました。

研究グループは、異方性が存在する場合を含めた一般的な場合において、保存量の構成要素の比率（線形結合の係数）に規則性が存在することを発見しました。さらにその規則性を用い、無数の保存量を具体的に構成できることを証明しました。

本研究は広い範囲の可積分なスピン系において、新たな視点によって無数の保存量の構造を解明したものであり、保存量の数理的構造のさらなる理解や、量子多体系の非平衡現象の数値シミュレーションへの応用が期待される結果であると考えています。

本研究成果は、米国物理学会が発行する学術誌「*Physical Review Letters*」の2020年8月26日付けオンライン版で公開される予定です。

## 4. 発表内容：

### ① 研究の背景

エネルギーの総量がいつまでも変わらないという法則であるエネルギー保存則に代表されるように、時間が経過しても総和が変化しない量があるとき、それは保存量と呼ばれます。時々刻々と変化する非平衡現象を解析することは基本的に非常に難しい問題として知られていますが、解析の際に、時間が経過しても変化しない保存量は重要な手掛かりになります。そのような保存量が無数に存在するのが可積分系と呼ばれる系です。可積分系では、無数の保存量が存在することによって、非可積分系には用いることができない厳密な理論手法を適用することができ、詳細な物理的性質の解析が可能であることから活発な研究が行われています。しかしながら、無数の保存量について、その存在自体は示されている一方で、実際に保存量を具体的に

構成することは別問題であり、ほとんどの場合には明らかになっていない難問となっていました。

## ② 研究内容

今回、研究グループは XYZ 模型と呼ばれるスピン系 (図 1) を対象にこの問題に挑みました。XYZ 模型は 1970 年代に Baxter によって無数の保存量の存在が示されている代表的な可積分系の一つです。一方で、保存量の具体的な表式に関しては、1990 年代に先行研究において解析が行われましたが、単純な場合に当たる等方的な場合のみでしか保存量の表式は得られておらず、異方性を考慮した一般的な場合に関してはその後 25 年以上の間、未解決の問題として残されていました。異方性を含んだ XYZ 模型はモデル物質として反強磁性体 (注 2)  $\text{BaCo}_2\text{V}_2\text{O}_8$  や  $\text{SrCo}_2\text{V}_2\text{O}_8$  が存在することが知られており、その点でも結果を拡張することが重要です。

研究グループは、従来用いられてきた解析手法とは異なる、シンプルで初等的な手法を用いてこの問題を解決しました。本研究では、XYZ 模型における保存量の構成要素を、それを特徴付ける「幅」と「穴の数」(図 2) によってそれぞれのクラスに分類し、その構成要素がどのような比率で含まれるかをいくつかの保存量について調べました。その計算の結果、構成要素の比率がある規則性に従っていることを発見しました(図 3)。この規則性に従うことで保存量に含まれる全ての構成要素の比率を定めることができます。そして、その規則性が無数の保存量において一般的に成り立つことを厳密に示しました。さらに、その規則性を用いて全ての構成要素の比率を具体的に求め、保存量の表式を明らかにしました。本成果は、従来知られていた等方的な場合の結果を含めて一般的な XYZ 模型に対して包括的に問題を解決したものです。

## ③ 研究の意義・今後の展望

本研究によって、一般的な XYZ 模型における保存量の具体的な構造が明らかになりました。この表式は数値計算への実装が容易であるため、可積分系における非平衡現象を数値シミュレーションする際に応用されることが期待されます。また、本研究において保存量の構造が従う規則性を発見しましたが、この規則性と可積分性との関連性などの基礎科学的研究が発展し、保存量の数理的構造の理解がさらに進むことが期待されます。研究グループは、今回の成果を第一歩として、多数の保存量の理論的性質のさらなる解明を行い、保存量を応用することによって非平衡現象の理解を進める研究を行っていく予定です。

## 5. 発表雑誌：

雑誌名：「*Physical Review Letters*」(8月26日オンライン版掲載予定)

論文タイトル：Explicit Construction of Local Conserved Quantities in the XYZ Spin-1/2 Chain

著者：Yuji Nozawa\* and Kouhei Fukai

## 6. 問い合わせ先：

【研究内容に関すること】

東京大学大学院理学系研究科 物理学専攻

大学院生 野澤 優治 (のざわ ゆうじ)

TEL：04-7136-3442

E-mail：y.nozawa@issp.u-tokyo.ac.jp

東京大学大学院理学系研究科 物理学専攻  
大学院生 深井 康平 (ふかい こうへい)  
TEL : 04-7136-3442  
E-mail : k.fukai@issp.u-tokyo.ac.jp

【報道に関すること】

東京大学物性研究所 広報室  
TEL : 04-7136-3207  
E-mail : press@issp.u-tokyo.ac.jp

7. 用語解説 :

(注1) 量子多体系

量子力学に従って、多数の粒子が相互作用しながら時間発展していく系。

(注2) 反強磁性体

低温において隣り合ったスピンの逆向きに揃いやすい物質のこと。反対に、同じ向きに揃いやすい物質は強磁性体と呼ばれる。

8. 添付資料 :

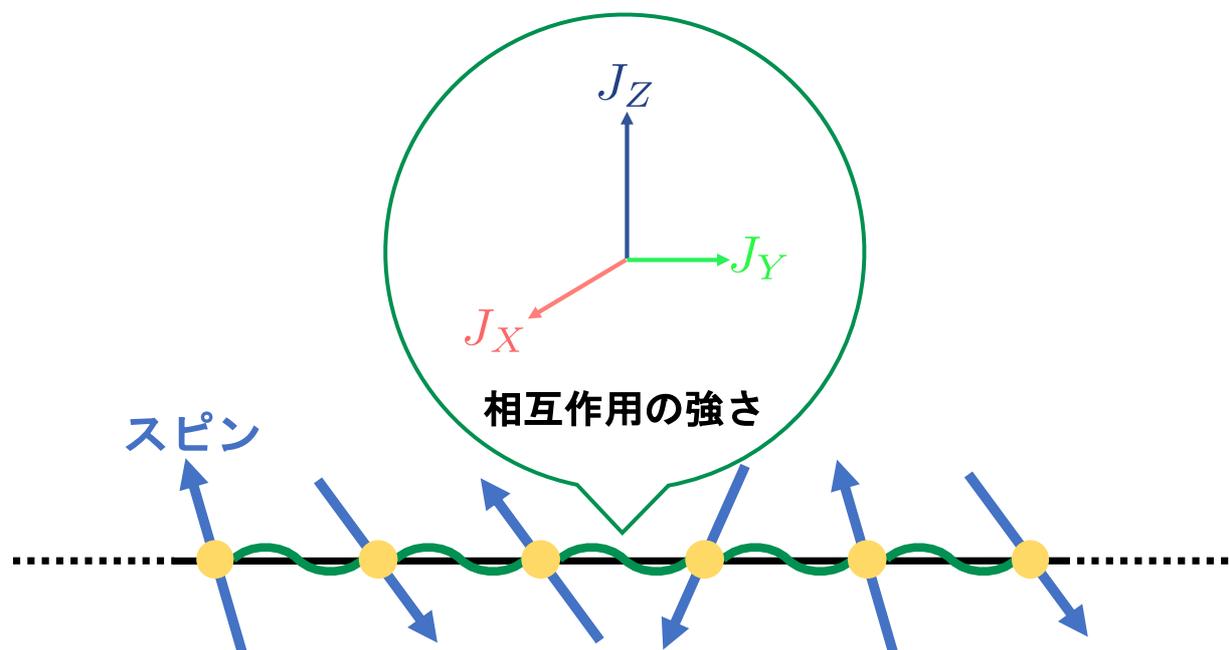


図1 本研究の対象であるXYZモデルの模式図

直線上に等間隔に矢印(スピン)が並んでおり、隣り合ったスピンの相互作用しながら時間発展していく理論モデル。本研究で扱ったスピンの大きさは電子のスピンと等しい $1/2$ である。相互作用の強さは $x$ 、 $y$ 、 $z$ の各軸方向で、それぞれ $J_X$ 、 $J_Y$ 、 $J_Z$ によって与えられる。先行研究において既に保存量の具体的な構造が明らかになっていたのは、スピンにとって特別な方向がない $J_X = J_Y = J_Z$ が成り立つ場合のみであった。一方、本研究で得られた具体的な構造は、全ての $J_X$ 、 $J_Y$ 、 $J_Z$ の値において適用できる。

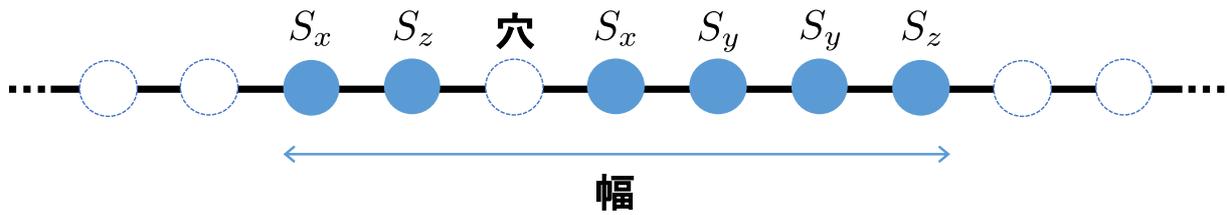


図2 保存量の構成要素の例

保存量の構成要素はスピンの  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の各軸方向のそれぞれの成分  $S_x$ 、 $S_y$ 、 $S_z$  からなる。図は幅が7、穴の数が1の構成要素の例である。

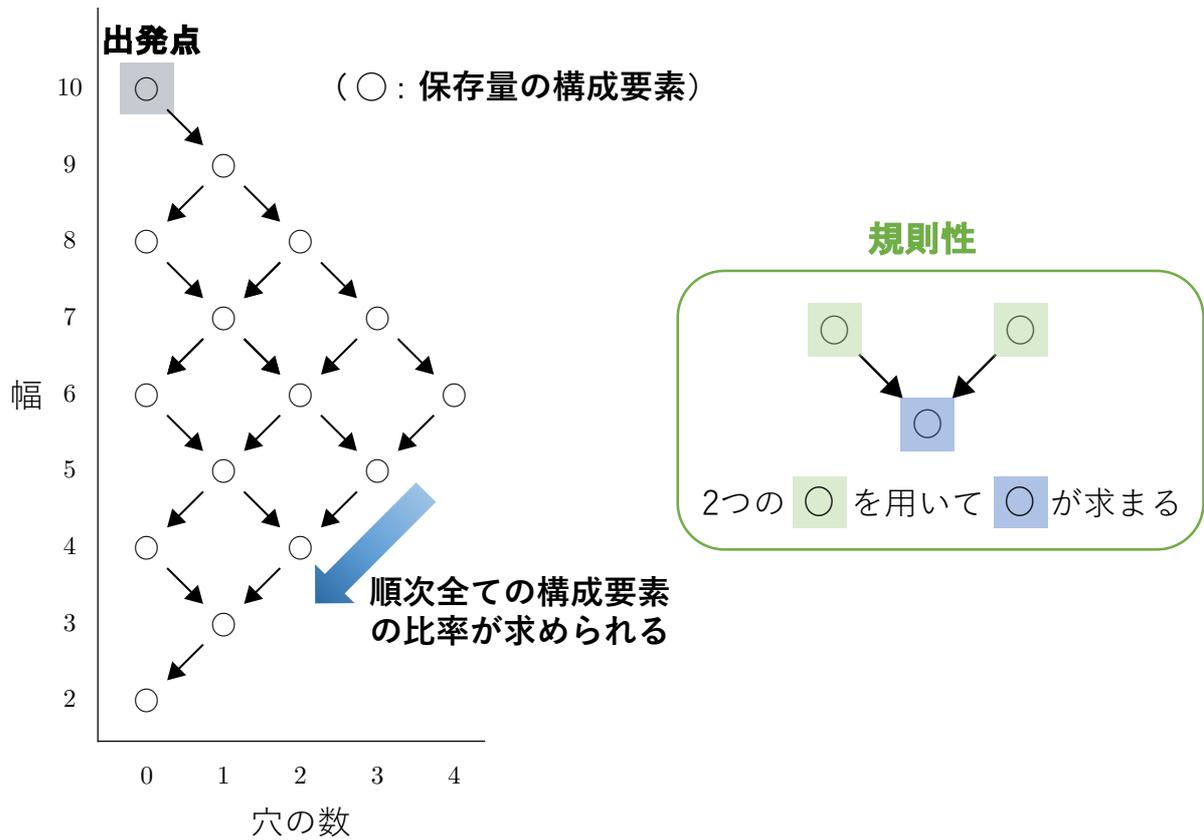


図3 保存量の構成要素の比率の決定方法

左図はある一つの保存量に含まれる構成要素 (○) を、それぞれの幅と穴の数によって分類したものである。右図は本研究で発見した規則性の模式図であり、左上と右上の○の比率を用いることによって矢印の先の比率が求まる。この規則性により、全ての構成要素の比率を決定することができる。