

α -ZrCl₃における創発 SU(4)対称性と量子スピン軌道液体

量子物質研究グループ 押川研究室 博士課程二年 山田 昌彦

4 という数字は自然界のあらゆる場面に現れる。DNA の塩基配列は4種類のくみ合わせからなり、物理学の基本法則も電磁気力、弱い力、強い力、そして、重力の4つの力で記述される。ここで、数字が4であることは根源的に重要である。塩基が4種類なければ3個の塩基のくみ合わせで全てのタンパク質を網羅できない。閉じ込められた強い力が何百もの原子核を生み、弱い力も周期表の多様性の源である。そして電磁気力が長距離でも弱く引きつけなければ原子は安定化せず、さらに弱いエネルギースケールに重力がなければ、我々はこの地球の上に立つことができない。つまり、世界が約100種類の元素から構成され、それで無数の細胞や生命が形づくられ、我々が食べたり考えたりできるのは、たまたまこれらの数が4だったからである。4という数はこの世界がたしかにこのようである一つの理由であり、この世の全ての多様性の源である。ここに4という数字の「くみ合わせ数学的な」魅力がある。

炭素の配位数が4であること、ガリレオが見つけた木星の衛星が4つであること。そして何より、この時空は4次元であり、4次元ユークリッド空間には非可算無限個の微分構造が存在すること、これらのあるものは偶然で、またあるものは必然であろう*。古代ギリシャの時代から多くの思想家、数学者を魅了してきたこの数字について全てを語ることはここではできない。ただ、これからのストーリーに関わる(これもまた多くの数学者を悩ませた)四色問題だけ軽く触れておこう。四色問題とは任意の平面グラフの各サイトは4色で塗り分けられる(図1)という仮説で、大昔から地図職人には経験的に知られていたが長らく証明

されなかった問題である。この問題は1976年にコンピュータを用いて「証明**」され、一応の解決を見ることになった。

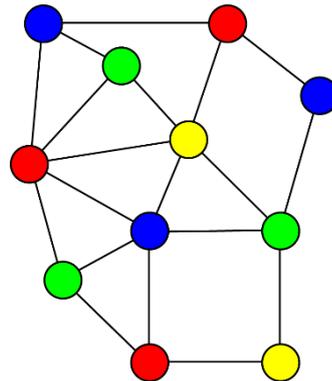


図1 任意の平面グラフは四色で塗り分けられる。この問題は簡単だが世界地図のレベルになると塗り分けを見つけるのは大変である。

四色問題は古典統計物理学のレベルでも多くの物理的示唆を与える。主張を物理的に言いかえると、任意の(周期境界条件でない)2次元格子上の4-state Potts 反強磁性体は少なくとも1つ以上の基底状態を持つということである。さらに、符号を逆にした4-state Potts 強磁性体そのものも、1次転移と2次転移の境界上に存在しそれ自体興味深い古典模型であることと合わせると、その量子版であるSU(4)ハイゼンベルク模型はさらに豊かで多様な物理を含んでいることが容易に想像できる。

SU(4)ハイゼンベルク模型とは、スピニアップとダウンからなるSU(2)ハイゼンベルク模型を4色へと拡張したものである。この模型が面白いのは対称性の高い、多くの格子

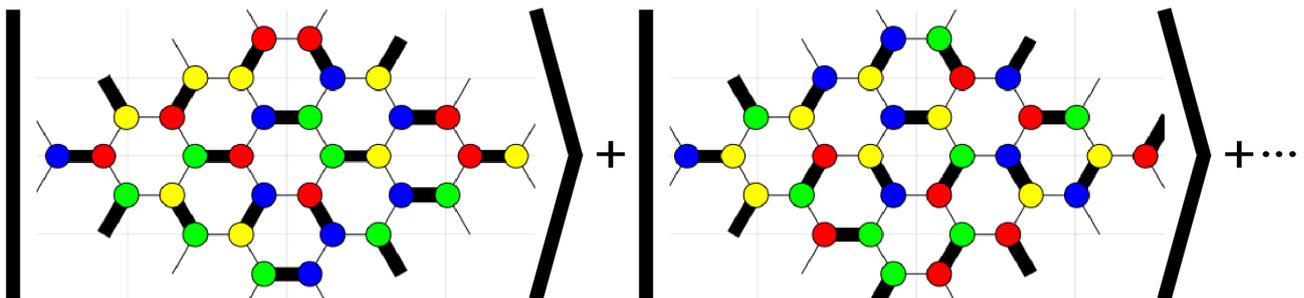


図2 ランダムに生成されたSU(4)ハイゼンベルク模型における共鳴原子価結合(RVB)状態の波動関数のイメージ

