



に話したら OK でした。彼は私のルームメイトが Gary T. Horowitz なのではちょうど良いと言っていました。Gary は Chicago で最初に会った同級生で、すぐに親友になり一緒に旅行などもしました。お前のおじさんは Vladimir Horowitz かと聞いたらそうだとっていました。彼が現在 Santa Barbara にいる著名な String, Blackhole の研究者です。そうこうしているうちに学科主任がやってきて、今度 Kadanoff という有名な人が Chicago に来るが、その人と仕事をしてはどうかと言ってくれました。私はその当時、Kadanoff という名前を知りませんでし、何をやる人だかも知りませんでした。有名ならそれでいいという程度の認識で、学生にしてもらいました。

このような経過で Kadanoff の指導を受けることになるのです。最初の問題は古典スピンモデルの相転移をくりこみ群により解析することでした。ここで見放されては大変だと思い、本当に真剣に取り組みました。3 ヶ月ぐらいで最初の論文を書くことができました[3]。その次の問題が大変でした。その当時、Sato-Miwa-Jimbo の Ising model の相関関数の理論が提案され、それが統計力学のトップの人たち、例えば Michael Fisher などに熱狂的な期待を持たれていました。それに沿って Ising Model の相関関数を計算せよという事でした。ところが Sato-Miwa-Jimbo の論文は連続してありましたが、どれも極めて難解で、どうしたら良いか解りませんでした。それでも 1 年間必死になって頑張りましたが、3 点相関関数をかうじて計算できただけで、まるっきり行き詰まってしまいました。それで Kadanoff と共著の「SMJ's Analysis of Ising Model Correlation Function」という半分 review の論文を Annal. of Phys. に出版しました[4]。この結果は不十分でしたが、その分野の第一人者たちからは注目されました。Michael Fisher からも質問の手紙が来ました。(当時は e-mail がなかったのです。)後になって分かってきたのですが、そのような人たちは私の名前を初めて覚えてくださったようです。SMJ 理論はこの後、結果を出すことができず、忘れられることになりました。結局、Ashkin-Teller model という二次元古典スピン系の相転移、臨界現象の研究により、1981 年 Chicago 大学より Ph D を取得しました。このモデルの中には Kosterlitz-Thouless 転移もありました[5]。

この後、ポストドクとして Whashington 大学で Thouless と研究をすることになります。ここでまた自分よりはるかに優れた人と接することになるわけです。ここで

Thouless が Hofstadter 問題に興味を持っていたことが大きな幸運になりました。当時、Wannier function でよく知られている Gregory Wannier が Oregon 大学にいて、私が着任する前に Washington 大学でセミナーをしたそうです。Wannier は Douglas Hofstadter の Ph D 指導教官で、有名な Hofstadter's butterfly は博士論文によるものです。Wannier は Hofstadter 以前に重要な論文を残しています。

1980 年に量子ホール効果が発見されました。その驚異的な精度のホール電導度は、それまでの物性物理の常識の範囲を超えるものでした。このような状況の中、実際の半導体界面からはかけ離れていますが、ある意味理想的な Hofstadter におけるホール効果を調べるのは意味があることだと思いました。その研究の成果が Thouless-Kohmoto-Nightingale-den Nijs 共著の TKNN 論文です[6]。この経緯は物理学会誌に書きました[7]。

そして私は Illinois 大学へ移りますが、そこでまず大野さんと高分子のくりこみ群による研究を行い、大変な計算でしたが論文を 3 本書くことができました[8]。それから Hofstadter 問題に戻り、それを表す次元準周期 Harper 方程式の金属、絶縁体転移をスピン系の相転移との類推で調べました[9]。ここで金属相というのは、すべての波動関数が広がってる相で、絶縁相というのは、すべての波動関数が局在している相をいいます。論文を書いて提出したら、すぐに Cal Tech の数学者 Barry Simon から電話がかかってきて、お前の論文は間違っていると、まくし立てられました。それから手紙のやり取りと電話で議論をしました。結局、数学者の定義に従っているかどうかだけの問題でしたので、私にとってはどうでも良いことでした。数学者は何しろ定理を証明しなくてはいけないので、準周期そのものに正面から取り組まざるを得ません。私のような物理学者が考えるようにまず周期系を調べその極限としての準周期系を考える、そして必要なら数値計算の助けを得るといった感覚は、彼らには馴染みのないことです。Simon は色々と名前をつけるのが好きで、準周期 Harper 方程式を Almost Mathieu 方程式と名付けています。これは Harper 方程式が、特殊関数論で有名な Mathieu 方程式を離散化したように見えるからです。Almost というのは、quasi periodic というところを数学者はよく almost periodic というからです。Almost Mathieu 方程式は数学者にはよく知られていて、多くの研究がなされています。





ので、その回転は仮想磁場です。仮想磁場をトーラス上で積分するので、Chern 数はトーラス内部の(符号付きの)磁気モノポールの数と考えられます。このように Dirac モノポールとのアナロジーがあります。(Dirac モノポールの底空間は球)

これらのことを詳しく記述したのが 1985 年の *Ann. of Phys.* 論文です[13]。この結果は、Hofstadter という一つのモデルにとどまらず、それが新しいトポロジカル量子物性のパラダイムの基礎につながったようにも思えます。

その当時私は、電子状態にねじれがありそれがトポロジー非自明であるというような考え方は、興味深いことではあることではあるが、それほど重要だと思っていませんでした。その原稿を TKNN 論文の解説ぐらいに思って、SMJ 論文の時と同じように、*Ann. of Phys.* に投稿しました。その原稿が Editor から漏れたようで、著名な素粒子論の研究者たちが論文を送ってきました。Roman W. Jackiw だったかもしれません。それでは少しは面白いのかという感想を持ちました。実はこの原稿を事前に Thouless へ送りました。もし彼がトポロジーの観点から量子ホール効果を見るということに同意して、それに何か付け加えることがあれば、共著にしても良いと思ったからです。彼のコメントは、液晶の texture にアナロジーがあるとのことでしたが、私にはよく解りませんでした。超電導渦、超流動渦、格子欠陥などでは、実空間でそのものが観測量になっています。量子ホール効果では波動関数がねじれています。波動関数は直接見えるものではありません。物理量としてホール伝導度が、その波動関数から、非常に非自明に求められるものです。

のちに Niu-Thouless-Wu の論文があります。これは量子ホール系の多体波動関数をひねった境界条件の元で考えています。異なる境界条件で積分する(平均化する)ことでトポロジー不変量が自然に出て来ます。この論文の受理は 1984 年 9 月 21 日で論文[14]の受理(1984 年 3 月 27 日)の半年後です。はじめ、TKNN 整数が Chern number になることを理解しなかったにも関わらず、半年以内に論文が出たのを不思議に思いました。そこで Yon-Shi Wu にその間の事情を聞きました。彼によると、彼と Thouless の学生だった Qian Niu の共同研究が始まり、その成果を原稿にしました。Thouless は不在で、彼が帰ってきたとき、Niu が許可を求めるために、Niu-Wu の原稿を渡した。そ

れに Thouless は手直したそうですが、どうして共著になったのかわかりません。その時には、Thouless が原稿を読んでトポロジカル不変量、Chern number を認めたと推察されます。

その後 10 年ぐらい経って Thouless の退職記念の会議が Seattle で盛大に行われました。そこで Thouless の講演を聞きました。主に TKNN に関してでしたが、トポロジーに言及することはなく、Nightingale と den Nijs の貢献を強調していました。

1984 年に Utah 大学に移りました。すぐ Dan Mattis がやってきて Haldane gap の話を始めました。その数年前、F. Duncan M. Haldane がまだ University of Southern California にいた頃、そこにいた真木和美さんと一緒に彼の話を聞きました。Higher spin の話ですが、私は、その頃古典スピンのことばかりやっていたし、また量子スピンは 1/2 だと思っていたので、その重要性はまるで気がつきませんでした。それで Haldane にそれは何か実験に関係あるのかと質問しましたが、いやな顔をしていました。

真木さんをその後 Utah に招待して、講演のあとスキーなどをしました。Salt Lake City には有名なスキー場がたくさんあり、のちに冬季オリンピックの会場になりました。真木さんとは、またその後白石さん、森田さんと銅酸化物高温超伝導体の量子渦を研究することになります[14]。

そのようなことで Haldane gap にはあまり興味がなかったのですが、Mattis が Lieb-Schultz-Mattis 論文の関連する部分のコピーを持ってきて、Haldane gap が存在しないことを証明しろというのです。仕方がないので、しばらく式をいじってギャブレスの新しい状態を作りました。Mattis は喜んで早速論文を書き始めました。私はその新しい状態が基底状態と直交しなければいけないで、確かめる必要があることを Mattis に言いましたが、それは大丈夫だという答えでした。しかし心配になり、確かめてみたのですが、確かにスピンの場合は直交するのですが、整数スピンの時は直交しないのです。この場合は新しい状態というのは、基底状態そのものだということです。それでしらけてしまい、Haldane 問題を忘れてしまいました。しかしながら、よく考えるとスピンの半整数と整数の時の様子が違うことは、重要な結果です。さらに半整数





ブロッホ電子の研究を行いました。彼の主な業績は境界のある格子に磁場をかけた系を研究したことです。境界にある電子によるホール伝導度と、バルクによるホール伝導度が等価であることを示しました。現在のトポロジカル絶縁体、トポロジカル超電導などの研究において、境界における現象は、中心的な役割を果たします。初貝さんの研究はこれらの先駆けとなるものです。

押川さんとは共著の論文がありません。しかしそれに近かったことがあります。1994 年ごろ押川さんが私の研究室にやってきてカイラルフェルミオンを格子上で定義する困難性を明確にしたニールセン・二宮の定理と量子ホール効果の関連について話し始めました。その時はあまりよく解らなかったので、あとでよく教えてもらおうと思っていました。少し時間がたったある日、隣の部屋に行ってみると押川さんがパソコンの前に座って論文を書いていた。のぞいてみるとなんと著者に私の名前がのっていました。なんの貢献もしていないので、残念ながら共著を辞退しました。それが M. Oshikawa, Quantized Hall conductivity of Bloch electrons: Topology and the Dirac fermion Phys. Rev. B 50, 17357(1994)です。これは現在のトポロジーによる物性物理につながる内容を含んでいます。このようなレベルの高い論文は大変印象的でした。

佐藤さんは 1999 年に助手として来ていただきました。江口徹さんの推薦です。私が Chicago 大学の大学院生だった頃、南部先生がいらっしゃる江口さんは Assistant Professor でした。お二人とも親しくさせていただいたのですが、さすがに南部先生は恐れ多くて物理の議論はしませんでした。しかし江口さんとはよく議論させていただきました。素粒子論出身の人が物性物理において顕著な業績を上げるのは日本ではあまりないことですが、アメリカではそのような例が少なからずあります。私が直接知っているのは Yong-Shi Wu, Shoucheng Zhang, Xiao-Gang Wen などの人たちです。ですから佐藤さんに関しては期待することはあっても心配することはありませんでした。事実彼はトポロジーによる物性物理で顕著な業績を上げています。これには素粒子論のバックグラウンドも大いに役立っていると思います。それに加えて佐藤さんは、研究室で行ってきた院生の指導、研究にも力を尽くしてくれました。その例は分子モーター[16]、化学ゲル[17]、Rashba model[18]、グラフィン[19]、カントールセット中の光の伝搬[20]などです。

私が初めて Shoucheng Zhang と Xiao-Gang Wen に会ったのは、1987 年 Santa Barbara の KITP でした。当時私は準結晶のワークショップで長期滞在していました。彼らは Ph D を取り立ての若いポストドクでした。その当時は高温超伝導フィーバーが始まっていて、準結晶は少し下火になりました。ある日、廊下を歩いていたらいきなり Robert Schrieffer がやってきて彼の spin bag モデルのことをまくしたててきました。あまり良く解らなかったのでしたが、偉い先生が言うのでそれなりの理論ではないかと思っていました。これに Zhang と Wen が飛びつき共同研究が始まりました。これが彼らが物性物理に転向するきっかけになったのでしょうか。Shrieffer-Wen-Zhang の失敗作になるのです。(他のほとんどすべての理論がそうであるように。)また Zhang から Utah 大学に招待して欲しいと頼まれたので、コロキウムをしてもらいました。これが彼の初めての公式講演でした。このあと日本から Stanford 大学に数回訪問しています。

Santa Barbara では Jaques Friedel にも出会いました。あるセミナーの前、椅子に座っていたら隣に Friedel が座ってきました。偉い先生がそばに来たので敬遠したかったのですが、いきなり何を研究しているかと聞かれ、のちに議論させていただきました。RVB 状態中のホールの振る舞いを調べていたのですが、これも高温超伝導フィーバーに巻き込まれていたからです。論文を書いて彼に見せました。序文で高温超伝導では、これまで解明されていなかった強相関が本質であるとしたのですが、このことが気に入らなかったようです。彼は BCS 理論を高度に拡張することにより高温超伝導を理解できると言う立場でした。翌年パリに招待していただき数ヶ月滞在しました。しかし Friedel は、科学アカデミーや政府の仕事などで忙しく、物理の議論はできませんでした。もっばら Gilles Montambaux と議論して、3 次元の量子ホール効果の研究を行いました[21]。日本に帰ってしばらくしてしてから Friedel との手紙のやり取りによる共同研究が始まり、それが 10 年以上続き、4 本の高温超伝導に関する論文があります[22]。しかしそれらは残念ながらあまり成功したとは言えません。しばしばパリを訪問して、2014 年に亡くなるまで非常に親しくさせていただきました。

2016 年度のノーベル物理学賞は、ワシントン大学の David J. Thouless(1/2)、プリンストン大学の F. Duncan





- lying Excitation around a Single Vortex in a D-Wave Superconductor, *Europhys. Lett.* 40, 207 (1997).
- [15] M. Kohmoto and B. Sutherland, Electronic States on a Penrose Lattice, *Phys. Rev. Lett.* 56, 2740 (1986).
- [16] H. Miki, M. Sato, and M. Kohmoto, Motion of Molecular Motor and Chemical Reaction Rate, *Phys. Rev. E* 68, 61906 (2004).
- [17] K. Ohira, M. Sato, and M. Kohmoto, Fluctuation in Chemical Gelation, *Phys. Rev. E* 75, 041402 (2007).
- [18] D. Tobe, M. Kohmoto, M. Sato, and Y.S. Wu, Distribution of Spectral-Flow Gaps in the Rash Model with Disorder: Universality, *Phys. Rev. B* 75, 245203 (2007).
- [19] K. Esaki, M. Sato, M. Kohmoto, B.I. Halperin, Zero Mode, Energy Gap, and Edge States of Anisotropic Honeycomb Lattice in a Magnetic Field, *Phys. Rev. B* 12, 5405 (2009).
- [20] K. Esaki, M. Sato, and M. Kohmoto, Wave Propagation through Cantor-set Media: Chaos, Scaling, and Fractal Structures, *Phys. Rev. E* 79, 056226 (2009).
- [21] G. Montambaux, and M. Kohmoto, Quantized Hall Effect in Three Dimensions, *Phys. Rev. B* 41, 11417 (1990).
- [22] J. Friedel and M. Kohmoto, On the Nature of Antiferromagnetism in the Co<sub>2</sub> Planes of Oxide Superconductors, *Euro. Phys. J. B* 30, 427 (2002).

2018 年現在、

citations: 14,000

h-index: 49

i10-index: 105.

