

物理量の期待値 $\langle O(t) \rangle$

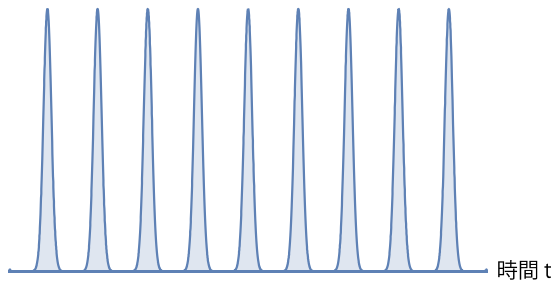


図 1: 仮に時間結晶が実現した場合に期待される振る舞い。物理量の期待値が時間的に振動する。

ウィルチェックが最初に提案した例は、超伝導体でリングを作り、その穴に磁束を通すというものでした[1]。超伝導リングに磁束を通すと、その磁束を打ち消すように基底状態・平衡状態においても超伝導電流が流れます。しかしこのままではリングの各点における電流は時間的に一定なので、時間並進対称性を破ったことになりません。ウィルチェックのアイデアは、空間的に不均一な超伝導体を使うことにありました。超伝導ギャップが空間的に変化する Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov (FFLO) 状態のような超伝導体を用い、それでリングを作り磁束を導入すれば、その不均一性も超伝導電流とともにぐるぐる回ると主張したのです[図 2(a)]。その結果、リングの各点における電流密度は時間的に振動することになるはずですが。

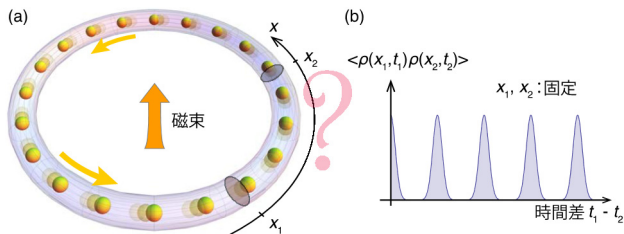


図 2: ウィルチェックが考案した時間結晶の例。(a)超伝導リングに磁束を通すと平衡状態でも超伝導電流が流れる。空間的に不均一な超伝導体を用いたとき、不均一性も超電流と一緒にクルクル回ると仮定すると、空間の各点における超電流は時間的に振動し、時間並進対称性を破る。(b)その結果、超電流の相関関数も時間差の関数として振動すると期待される。

この例は一見もっともらしく聞こえるのですが、基底状態・平衡状態において物理量が振動するという常識に反することが起こっています。そもそも量子力学によれば、ハミルトニアン固有状態は定義により位相因子を除いて時間によらず、物理量の期待値も当然振動しません。従って基底状態はもとより、固有状態での期待値をボルツマン分布に従って足しあわせた平衡状態では振動が起き得ないの

です。ウィルチェックは、多粒子系に特有の特異性によってこの困難が回避されているのだと主張しましたが、果たして本当にそのようなことが起こり得るのでしょうか。

通常の結晶の場合は、外から手で空間の並進対称性を破らなくても、系が平衡状態に達するまで待っていれば「自発的」に結晶が生じ、並進対称性を破るだろうとナイーブには期待されます。しかし現実には完全に対称性があるということではなく、元々わずかに空間の不均一があり、そこが種になって結晶が成長します。これに対応して、理論的に自発的対称性の破れを議論する際にも、わずかに対称性を破る場を外からかけておいてその外場の下で平衡状態をつくり、体積を無限大の極限を取った後に外場を切るというトリックがよく用いられます。このようにしないと、例えば絶対零度を記述する基底状態は、結晶の位置に関する重ね合わせ状態（非物理的な「シュレーディンガーの猫」状態）になり、平均密度としては原子が特定の位置に周期的に並ぶことになりません。有限温度の平衡状態を記述するボルツマン分布においても、結晶の位置についてのあらゆる状態を足しこんでしまえば、同様に原子密度の周期的な構造は互いに打ち消し合ってしまう。つまり「自発的」対称性の破れとはいうものの、それをきちんと定式化するには、まず外から対称性を破る場を予めかけた上で平衡状態を用意しておいて、その外場を切った後も対称性の破れが残るかどうかを議論するのです。

すると、時間結晶についても、通常の結晶についてのこのような標準的な定式化を適用すれば良さそうです。しかし、これはすぐに根本的な問題に直面します。時間結晶の定式化に必要な外場は、時間並進対称性を破る、すなわち時間に依存することになります。そのような外場のもとでは、「基底状態」や「平衡状態」といった概念は意味をなさなくなってしまう。この点において「時間並進対称性の自発的破れ」は、やはり他の対称性の破れとは一線を画しており、その定義から見直す必要が生じるのです。我々の研究が出るまでは、この「時間並進対称性の自発的破れ」の定義がきちとなされないうままになっていたため、果たして時間結晶は可能か不可能かという議論に決着がつかないままになっていました。

3. 長距離秩序に基づく定式化

この状況を踏まえ、私たちは、まず「長距離秩序」という観点から「自発的時間並進対称性の破れ」を数学的にきち

参考文献

- [1] F. Wilczek, *Quantum Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **109**, 160401 (2012).
- [2] T. Li, Z.-X. Gong, Z.-Q. Yin, H. T. Quan, X. Yin, P. Zhang, L.-M. Duan, and X. Zhang, *Space-Time Crystals of Trapped Ions*, Phys. Rev. Lett. **109**, 163001 (2012).
- [3] P. Bruno, *Comment on Quantum Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **110**, 118901 (2013). F. Wilczek, *Wilczek Reply*, Phys. Rev. Lett. **110**, 118902 (2013). P. Bruno, *Comment on Space-Time Crystals of Trapped Ions*, Phys. Rev. Lett. **111**, 029301 (2013). P. Bruno, *Impossibility of Spontaneously Rotating Time Crystals: A No-Go Theorem*, Phys. Rev. Lett. **111**, 070402 (2013). F. Wilczek, *Superfluidity and Space-Time Translation Symmetry Breaking*, Phys. Rev. Lett. **111**, 250402 (2013).
- [4] T. Koma, H. Tasaki, *Symmetry breaking and finite-size effects in quantum many-body systems*, J. Stat. Phys. **76**, 745 (1994).
- [5] P. Horsch and W. von der Linden, *Spin correlations and low lying excited states of the spin-1=2 Heisenberg antiferromagnet on a square lattice*, Z. Phys. B **72**, 181 (1988).
- [6] H. Watanabe and M. Oshikawa, *Absence of Quantum Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **114**, 251603 (2015).
- [7] D. V. Else, B. Bauer, and C. Nayak, *Floquet Time Crystals*, Phys. Rev. Lett. **117**, 090402 (2016).
N. Yao *et al.* *Discrete time crystals: rigidity, criticality, and realizations*, arXiv:1608.02589.
J. Zhang *et al.* *Observation of a Discrete Time Crystal*, arXiv:1609.08684.

