

## 統計力学 (加藤)

1. (ミクロカノニカル)  $N$  個の独立した原子がある。 $i$  番目の原子のエネルギー  $\varepsilon_i$  は、 $0$  または  $\varepsilon$  の二つのエネルギー状態を持つ。この物理系を、ミクロカノニカルの手法で扱ってみよう。

(1) 全エネルギーが  $E = M\varepsilon$  となるときの、エントロピー  $S$  を  $M$  の関数として求めよ。

(2) エントロピーをエネルギー  $E$  の関数に書き直し、温度の関係 (授業ノートを見よ!) を使って温度  $T$  を導入し、エネルギー  $E$  を温度の関数として表せ。

(3) 比熱  $C = dE/dT$  を求めよ。

2. (カノニカル) ある原子は、 $-\varepsilon, 0, \varepsilon$  の3つのエネルギー状態をとる。この原子が温度  $T$  の熱浴の中にあるとき、カノニカルの手法をつかって、この原子を扱ってみよう。

(1) 原子がエネルギー  $-\varepsilon$  の状態にある確率  $p$  を求めよ。また温度  $T$  が  $0$  および  $\infty$  のときの  $p$  の値はどうなるか。

(2) 分配関数  $Z$  および自由エネルギー  $F$  を計算せよ。

(3) 平均のエネルギー  $\bar{E}$  および比熱  $C$  を求めよ。

(4) エントロピー  $S$  を求めよ。また温度  $0$  ではエントロピーはどうなるか。

以下は、授業ですでに扱った問題である。ノートをよく参照しながら各自まとめておくように。

3. (カノニカル) 一個の原子の振動が、ばねのモデルで表されるとする。これを調和振動子のモデルという。この振動子のエネルギー状態は

$$E = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right)$$

で表される ( $n$  は整数)。一個の原子に関する分配関数  $Z$  をかけ。さらに自由エネルギー  $F$ 、平均のエネルギー  $\bar{E}$ 、比熱  $C$ 、エントロピー  $S$  を求めよ。

4. (カノニカル)  $N$  個の気体分子が一辺が  $L$  の立方体の容器の中に入れている。気体分子の持つエネルギーは、

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

である。 $(n_x, n_y, n_z$  は1以上の整数) これをつかって気体の分配関数を求めよ。さらに自由エネルギー  $F$  を求め、平均のエネルギー  $E$ 、比熱  $C$ 、エントロピー  $S$  を求めよ。

5. (グランドカノニカル) 全体のエネルギー状態が  $\varepsilon = \varepsilon_i$  で与えられる ( $i$  は1以上の整数)。ここにフェルミ粒子をつめていくことを考える。エネルギー状態  $\varepsilon_i$  に入っている粒子の個数を  $n_i$  とするとフェルミ粒子に対しては、 $n_i = 0$  か  $n_i = 1$  のどちらかである。大分配関数を計算し、全粒子数  $N$  および全エネルギー  $E$  を化学ポテンシャル  $\mu$  の関数として求めよ。

テストでは、以上の問題からの類題を出すことにします。よって以上の問題の解答は配りません、と書いていましたが、略解だけはホームページに載せることにしました。そのかわり、本番は持ち込みなしでも、大丈夫ですね？

授業ノートやレポート問題の解答は

<http://www.a-phys.eng.osaka-cu.ac.jp/kato/stat/index.html>

を参考にすれば、必ず解けます。頑張ってください。